

## Korelacija i regresija – seminar

Doc. dr. sc. Lidija Bilić-Zulle, dipl. inž.  
specijalist medicinske biokemije

Zavod za laboratorijsku dijagnostiku KBC Rijeka  
Katedra za medicinsku informatiku Medicinskog fakulteta Sveučilišta u Rijeci



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Statistika

## Podsjetnik



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Statistika

## Primjer za raspravu - korelacija\*

Je li ispravno računati Pearsonov koeficijent korelacijske za stupanj opeklina na tijelu i trajanje bolničkog liječenja izraženo u danima?

\* Udovičić M, Baždarić K, Bilić-Zulle L, Petrovečki M. Što treba znati kada izračunavamo koeficijent korelacijske? Biochimia Medica 2007;17(1):10-5.



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Statistika

## Primjer za raspravu - korelacija\*

U istraživanju povezanosti raspoloženja i količine tekućine (vode) unesene pijenjem tijekom dana dobivena je povezanost  $r = 0,12$ ;  $P = 0,003$ . Je li ispravno tumačiti kako postoji značajna povezanost raspoloženja i količine popijene tekućine?

\* Udovičić M, Baždarić K, Bilić-Zulle L, Petrovečki M. Što treba znati kada izračunavamo koeficijent korelacijske? Biochimia Medica 2007;17(1):10-5.



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Statistika

## Primjer za raspravu - korelacija\*

U istraživanju povezanosti visine tijela i biološke dobi dobivena je korelacija  $r = 0,97$ ;  $P = 0,001$ . Možemo li zaključiti kako su visina i dob nesumnjivo zaista izvrsno povezani?

\* Udovičić M, Baždarić K, Bilić-Zulle L, Petrovečki M. Što treba znati kada izračunavamo koeficijent korelacijske? Biochimia Medica 2007;17(1):10-5.



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Statistika

## Primjer za raspravu - korelacija\*

U istraživanju povezanosti koncentracije alkohola u krvi i prometnih nesreća utvrđeni su  $r = 0,78$ ;  $P = 0,002$ . Možemo li zaključiti kako uzimanje alkohola nesumnjivo uzrokuje prometne nesreće?

\* Udovičić M, Baždarić K, Bilić-Zulle L, Petrovečki M. Što treba znati kada izračunavamo koeficijent korelacijske? Biochimia Medica 2007;17(1):10-5.



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Statistika

## Primjer za raspravu - korelacija\*

Usporedbom katalitičke koncentracije dvaju enzima u krvi ispitanika dobivena je povezanost  $r = 0,52$ ;  $P = 0,002$ . Možemo li zaključiti kako vrijednosti enzima imaju 52% zajedničkih vrijednosti katalitičke koncentracije?

\* Udovičić M, Baždarić K, Bilić-Zulle L, Petrovečki M. Što treba znati kada izračunavamo koeficijent korelacijske? Biochimia Medica 2007;17(1):10-5.



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Statistika

## Primjer za raspravu - korelacija\*

Ispitana je povezanost vremena provedenog u radu s računalom i brzine pisanja teksta na računalu u žena ( $n_1=60$ ) i muškaraca ( $n_2=40$ ). Koeficijent korelacijske za žene iznosi  $r_1 = 0,70$ , a za muškarce  $r_2 = 0,50$  i ova su statistički značajna. Možemo li zaključiti kako je  $r_1 > r_2$ , tj. da je u žena veća povezanost vremena provedenog u radu za računalom i brzine pisanja teksta na računalu?

\* Udovičić M, Baždarić K, Bilić-Zulle L, Petrovečki M. Što treba znati kada izračunavamo koeficijent korelacijske? Biochimia Medica 2007;17(1):10-5.



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Statistika

## Usporedba dvaju koeficijenata korelacijske

- za ista obilježja u dva uzorka ispitanika
- utvrđuje se značajnost razlike dvaju "r"
- ovisi o vrijednosti  $r$  i  $n$



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Statistika

## Može li se iz jedne varijable predvidjeti druga?

- statistički test

## REGRESIJSKA RAŠČLAMBA



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Statistika

## Regresijska raščlamba

... matematički model koji daje što točniju procjenu koliko će se promijeniti promatrana zavisna varijabla (kriterij) kao odgovor na promjenu nezavisne varijable (prediktora).



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Statistika

## Uvjeti za izračunavanje regresije

- postojanje korelacijske između ispitivanih varijabli
- ravnomjerno raspršenje rezultata oko pravca regresije
- kvalitetan ispitivani uzorak (nasumično uzorkovanje)



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Statistika

## Regresijska raščlamba

- linearna regresija
- višestruka regresijska raščlamba
- logistička regresija
- Passing-Bablok regresija



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Statistika

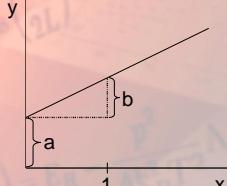
## Linearna regresija

- matematička povezanost...
- ...dvaju pokazatelja ( $x$  i  $y$ )
- nezavisna mjerena
- koliko promjena jednog ( $x$ ) određuje promjenu drugog ( $y$ ):
  - $x$ : nezavisna varijabla (prediktor)
  - $y$ : zavisna varijabla (kriterij)
- rezultat: jednadžba pravca:  $y = a + bx$   
tj.  $y = \beta_0 + \beta_1x$



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Statistika

## Linearna regresija

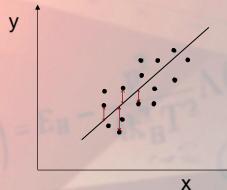
- $y = a + bx$ ;  $a$  = odsječak;  $b$  = nagib
- 
- $y = x$ ; idealan pravac kroz ishodište,  $a = 0$ ;  $b = 1$



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Statistika

## Linerna regresija

- metoda najmanjih kvadrata:
  - način utvrđivanja položaja regresijskog pravca među točkama
  - najmanji mogući zbroj kvadrata odstupanja pojedinačnih točaka od pravca po osi  $y$ , tj. suma kvadrata udaljenosti  $(y - \hat{y})^2$  svih točaka



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Statistika

## Linearna regresija

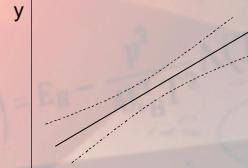
- pogreška prognoze (rezidual) – variranje rezultata oko pravca
- standardna pogreška prognoze – prosjek kvadrata udaljenosti svih točaka od pravca regresije;
  - naziva se i standardna devijacija reziduala (po smislu odgovara standardnoj devijaciji aritmetičke sredine)



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Statistika

## Linearna regresija

- granice pouzdanosti
  - raspon vrijednosti rezultata unutar kojeg s određenom sigurnošću nalazimo predviđene rezultate (uobičajeno 95% CI)



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Statistika

## Linearna regresija

- kako se zadaje

Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Statistika

## Linearna regresija - rezultat

Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Statistika

## Linearna regresija - rezultat

Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Statistika

## Višestruka regresijska raščlamba

- omogućuje:
  - predviđanje zavisne varijable (kriterija) iz više nezavisnih (pokazatelja, prediktora)
  - nemaju svi pokazatelji istu vrijednost u predviđanju
  - pojedinačni značajni pokazatelji mogu izgubiti značajnost u višestrukoj regresiji

Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Statistika

## Višestruka regresija

- rezultat:

Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Statistika

## Logistička regresija

- pronalazi najbolji odgovarajući matematički model za predviđanje dihotomnog ishoda iz niza nezavisnih varijabli
- značajka ishoda: dihotomnost, tj. dva moguća ishoda (0/1)

Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Statistika

## Passing-Bablok regresija

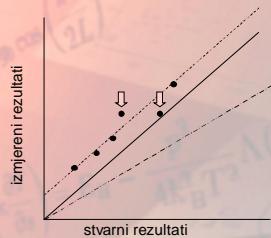
- model linearne regresije koji prepostavlja kako niti jedna od dvaju varijabli nije niti zavisna niti nezavisna
- najčešće: usporedba dvaju metoda mjerjenja
- rezultat: vrijednost odsječka i nagiba pravca s intervalom pouzdanosti koji ukazuju na postojanje stalne ili proporcionalne razlike između mjerjenja



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Statistika

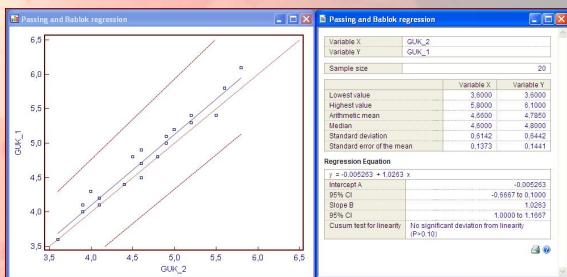
## Passing-Bablok regresija

- grafički prikaz



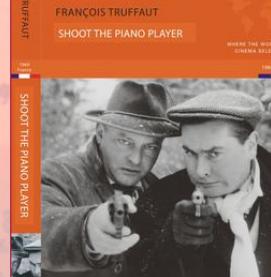
Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Statistika

## Passing-Bablok regresija



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Statistika

## Vaša pitanja...



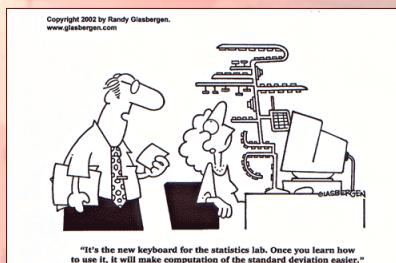
Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Statistika

## Moji odgovori... 😊



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Statistika

## Hvala na pozornosti!



Lidija.Bilic-Zulle@medri.hr

Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Statistika

## Pitanja S6

1. Može li se korelacijom tumačiti uzročno-posljedična veza i zašto?
2. Kako se uspoređuju dva koeficijenta korelaciјe?
3. Što je regresijska raščlamba?
4. Koji uvjeti trebaju biti zadovoljeni za izračunavanje regresije?
5. Što predstavlja linearna regresija?
6. Objasnite jednadžbu pravca na grafičkom prikazu.
7. Objasnite metodu najmanjih kvadrata i što predstavlja standardna pogreška prognoze?
8. Koje su značajke višestruke regresije i kada se ona upotrebljava?
9. Koje su značajke logističke regresije i kada se ona upotrebljava?
10. Koje su značajke Passing-Bablok regresije i kada se ona upotrebljava?



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu *Statistika*